Tentamen ProgrammaCorrectheid

4 november 2003

09.00 – 12.00 uur

Opgave 1

Gegeven is zijn:

CONST
  $n \in INTEGER \; ; \{n > 0\}$
  $a \in ARRAY\ [0 \,..\, n)\ OF\ INTEGER \; ;$

Voor $0 < t \leq n$ definiëren we

$$L(t) = (\Sigma\, i \;:\; 0 \leq i < t \;:\; a[i])$$

en

$$R(t) = (\Sigma\, j \;:\; n - t \leq j < n \;:\; a[j])$$

☐ 1. Leid recurrente betrekkingen af voor $L(t)$.

☐ 2. *Geef* recurrente betrekkingen voor $R(t)$.

Bekijk nu de specificatie:

  $\{P: \;\; M = (\mathbf{MIN}\ i \;:\; 0 < i \leq n \;\;\wedge\;\; L(i) = R(i) \;:\; i)\}$
VAR
  $m : INTEGER \; ;$
S;
  $\{Q: \;\; m = M\}$

☐ 3. Geef een geannoteerd commando S dat aan de specificatie voldoet. Werk daartoe het stappenplan voor WHILE-programma's af.
NB: het staat je natuurlijk vrij om extra variabelen te introduceren.

lees verder

Opgave 2

Gegeven: een functie $h : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ die ascending is in beide argumenten en de specificatie

$$
\begin{array}{l}
\textbf{CONST} \\
\quad m \in \mathit{INTEGER}\ ;\ \{m \geq 0\} \\
\quad n \in \mathit{INTEGER}\ ;\ \{n \geq 0\} \\
\textbf{VAR} \\
\quad z : \mathit{INTEGER}\ ; \\
\quad \{P:\ Z = (\Sigma\, i,j\ :\ 0 \leq i < m\ \wedge\ 0 \leq j < n\ \wedge\ h(i,j) \geq 0\ :\ j^2)\} \\
T; \\
\quad \{Q:\ z = Z\}
\end{array}
$$

☐ 4. Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditie. Doe dit heel zorgvuldig; een verkeerde keus is desastreus!

☐ 5. Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.

☐ 6. Geef een implementatie van het commando T. We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

Opgave 3

Laat $g\ :\ \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.
Aanroepen van deze functie mogen in je implementatie voorkomen.

We definiëren de functie $F\ :\ \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ door

$$
\begin{array}{ll}
F(0) = 0 & \\
F(k) = F(k-1) + g(k) \cdot k! & \quad \text{voor } k > 0
\end{array}
$$

Bekijk de volgende specificatie

$$
\begin{array}{l}
\textbf{PROCEDURE}\ \mathit{berF}\,(n : \mathit{INTEGER}\,); \\
\quad \{\ \texttt{extern}\ y, t : \mathit{INTEGER}\ ,\quad \texttt{all}\ Y, T \in \mathit{INTEGER}\ : \\
\quad :\ \texttt{pre}\ n \geq 0\ \wedge\ Y = F(n)\ \wedge\ T = n! \\
\quad ,\ \texttt{post}\ y = Y\ \wedge\ t = T\}
\end{array}
$$

☐ 7. Geef een (recursieve) implementatie van de procedure *berF* en bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daarbij expliciet de inductiehypothese en de bewijsverplichting.

einde